

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

**Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля): Элементы функционального анализа
Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Лапина И. Э., старший преподаватель

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 12
от 20.05.2016 года

Зав.кафедрой  Ладешкин М.В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 12 от 14.06.2018 года

Зав.кафедрой  Ладешкин М.В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 1 от 31.08.2020 года

И. о. зав.кафедрой  Ладешкин М.В.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - овладение основными фактами, идеями и методами функционального анализа, развитие математического мышления, способностей доказывать теоремы, используемыми при реализации образовательных программ по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

Задачи дисциплины:

- расширить знания о метрических пространствах и их свойствах, используемые при реализации образовательных программ по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- изучить некоторые классы нормированных пространств, используемые при реализации образовательных программ по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- познакомиться с обобщениями интегрального исчисления, используемые при реализации образовательных программ по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОПВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.1 «Элементы функционального анализа» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 3 курсе, в 5, семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: владение содержанием математических дисциплин первого и второго курсов обучения.

Изучению дисциплины «Элементы функционального анализа» предшествует освоение дисциплин (практик):

Математический анализ.

Освоение дисциплины «Элементы функционального анализа» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Основные направления развития топологии.

Областями профессиональной деятельности бакалавров, на которые ориентирует дисциплина «Элементы функционального анализа», являются образование, социальная сфера, культура.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- просвещение;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

педагогическая деятельность

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знать: - научные основы содержания школьного математического образования; - о понятиях и методах функционального анализа, о месте и роли в системе математических наук; - основные определения и теоремы курса, предусмотренные программой; уметь: - соотносить содержание изученных теоретических дисциплин с содержанием и проблемами школьного математического образования; владеть: - методами и способами решения задач функционального анализа.
--	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Пятый семестр	Шестой семестр
Контактная работа (всего)	54	36	18
Лекции	18	18	
Практические	36	18	18
Самостоятельная работа (всего)	56	36	20
Виды промежуточной аттестации	34		34
Экзамен	34		34
Общая трудоемкость часы	144	72	72
Общая трудоемкость зачетные единицы	4	2	2

5. Содержание дисциплины

5.1 Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Мощность множества:

Счетные множества. Объединение конечного и счетного семейства счетных множеств. Декартово произведение счетных множеств. Мощность множества. Сравнение мощностей. Множества мощности континуум. Теорема Кантора-Бернштейна. Замкнутые и открытые множества, их строение. Совершенные множества. Канторово совершенное множество. Мера и мощность замкнутых и совершенных множеств.

Модуль 2. Метрические пространства:

Аксиомы метрики, определения, примеры метрических пространств. Скалярное произведение и норма. Понятие евклидова пространства. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Эквивалентные метрики и нормы. Предел последовательности в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах. Свойство Больцано - Вейерштрасса. Полнота пространств $C[a,b]$, примеры неполных пространств. Теорема о неподвижной точке и принцип сжимающих отображений. Лебеговы пространства, их полнота. Сравнение различных типов сходимости (по норме, почти всюду и по мере). Понятие гильбертова пространства.

Модуль 3. Мера и Интеграл Лебега:

Элементарные множества на декартовой плоскости и на числовой прямой. Внешняя мера Лебега и ее свойства. Внутренняя мера Лебега. Измеримые по Лебегу множества. Понятие меры Лебега. Свойства меры Лебега. Измеримость объединения и пересечения счетного числа измеримых множеств. Измеримость открытых и замкнутых множеств. Измеримость

по Лебегу множества, измеримого по Жордану. Понятие измеримой по Лебегу функции. Эквивалентность измеримых функций. Измеримость суммы, разности, произведения частного двух измеримых функций. Сходимость почти всюду и по мере. Интеграл Лебега, его свойства. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

Модуль 4. Ряды Фурье:

Ортонормированные системы элементов. Разложение элементов гильбертова пространства по ортонормированной системе. Ряды Фурье в произвольном гильбертовом пространстве.

5.2 Содержание дисциплины: Лекции (18 ч.)

Модуль 1. Мощность множества (10 ч.)

Тема 1. Операции над множествами (2 ч.)

Понятие множества. Операции над множествами. Эквивалентные множества.

Тема 2. Мощность множества (2 ч.)

Мощность множества. Счетные множества. Счётность множества рациональных и алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Сравнение мощностей. Булеан множества. Булеан множеств натуральных чисел. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой. Мощность открытых множеств.

Тема 3. Мера Лебега (2 ч.)

Длина элементарных множеств. Счетная аддитивность длины элементарных множеств. Внешняя мера Лебега. Внутренняя мера Лебега.

Тема 4. Мера Лебега (2 ч.)

Сравнение внешних и внутренних мер Лебега и Жордана. Множества измеримые по Лебегу. Свойства измеримых множеств. Счетная аддитивность и непрерывность меры Лебега. Измеримость открытых, замкнутых и борелевских множеств.

Тема 5. Интеграл Лебега (2 ч.)

Определение измеримой функции. Свойства измеримых функций. Определение интеграла Лебега. Интегрируемость измеримой ограниченной функции. Свойства интеграла Лебега от ограниченных функций.

Модуль 2. Метрические пространства (8 ч.)

Тема 6. Функциональные пространства (2 ч.)

Сходящиеся последовательности в пространстве $C[a, b]$. Полнота пространства $C[a, b]$. Принцип сжимающих отображений. Линейные пространства. Линейная зависимость. Бесконечномерность $C[a, b]$.

Тема 7. Функциональные пространства (2 ч.)

Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Неевклидовость $C[a, b]$. Гильбертово пространство.

Тема 8. Ряды Фурье (2 ч.)

Ортогональные системы в евклидовых пространствах. Ряды Фурье в евклидовом пространстве. Тригонометрический ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Геометрический смысл равенства Парсеваля. Интеграл Дирихле.

Тема 9. Ряды Фурье (2 ч.)

Разложение функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье периодических функций. Разложение только по синусам и только по косинусам. Ряд Фурье в комплексной форме. Задача о колебании струны.

5.3. Содержание дисциплины: Практические (36 ч.)

Модуль 1. Мощность множества (10 ч.)

Тема 1. Операции над множествами (2 ч.)

Понятие множества. Примеры числовых множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, прямое

произведением множеств. Принцип двойственности. Верхний и нижний пределы последовательностей множеств.

Тема 2. Счетные множества (2 ч.)

Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Свойства счетных множеств. Множества мощности континуума.

Тема 3. Несчетные множества (2 ч.)

Сравнение несчетных множеств. Пример построения несчетного множества. Кардинальные числа.

Тема 4. Совершенные множества. Строение открытых и замкнутых множеств на числовой прямой (2 ч.)

Открытые и замкнутые множества. Совершенные множества.

Тема 5. Топология (2 ч.)

Обсуждение различных топологий на числовой прямой.

Модуль 2. Метрические пространства (8 ч.)

Тема 6. Метрические пространства и их геометрия (2 ч.)

Метрические пространства. Предельные, изолированные, внутренние, граничные точки.

Тема 7. Метрические пространства и их геометрия (2 ч.)

Геометрия метрического пространства. Замыкание. Сходимость. Предел последовательности.

Тема 8. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах (2 ч.)

Сходимость в метрических пространствах. Свойства сходящихся последовательностей.

Тема 9. Полные метрические пространства (2 ч.)

Фундаментальные последовательности. Полные и неполные пространства. Полнота пространства ограниченных отображений. Пополнение метрических пространств.

Модуль 3. Мера и Интеграл Лебега. (10 ч.)

Тема 10. Интеграл Римана (2 ч.)

Интеграл Римана. Ступенчатые функции. Функции ϵ -малые по Лебегу.

Тема 11. Интеграл Лебега (2 ч.)

ϵ -приближения функции. Интеграл Лебега. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.

Тема 12. Интеграл Лебега (2 ч.)

Свойства интеграла Лебега.

Тема 13. Интеграл Лебега (2 ч.)

Явные вычисления интеграла Лебега.

Тема 14. Мера Лебега (2 ч.)

Мера Лебега и ее свойства. Множества меры ноль.

Модуль 4. Ряды Фурье (8 ч.)

Тема 15. Гильбертовы пространства (2 ч.)

Примеры Евклидовых и гильбертовых пространств.

Тема 16. Ряд Фурье в гильбертовом пространстве (2 ч.)

Решение задач на вычисление коэффициентов ряда Фурье функции на отрезке.

Тема 17. Ряд Фурье в гильбертовом пространстве (2 ч.)

Ряды Фурье в произвольном гильбертовом пространстве.

Тема 18. Обзорное занятие (2 ч.)

Обобщение и систематизация знаний по курсу "Элементы функционального анализа".

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Пятый семестр (36 ч.)

Модуль 1. Мощность множества (18 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Мощность множества".

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе
Подготовка к контрольной работе по теме "Мощность множества".

Модуль 2. Метрические пространства (18 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Метрические пространства".

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Метрические пространства".

Шестой семестр (20 ч.)

Модуль 3. Мера и Интеграл Лебега. (10 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Мера и интеграл Лебега".

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Мера и интеграл Лебега".

Модуль 4. Ряды Фурье (10 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Ряды Фурье".

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Ряды Фурье".

7. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1 Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины
ПК-1	3 курс, Пятый семестр		Модуль 1: Мощность множества.
ПК-1	3 курс, Пятый семестр		Модуль 2: Метрические пространства.
ПК-1	3 курс, Шестой семестр	Экзамен	Модуль 3: Мера и Интеграл Лебега.
ПК-1	3 курс, Шестой семестр	Экзамен	Модуль 4: Ряды Фурье.

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

3D моделирование, Алгебра, Алгоритмический подход в обучении математике, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Аналитические методы исследования геометрических объектов, Вводный курс математики, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Визуализация и анимация в 3D редакторах, Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Воспитательная работа в обучении математике, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Геометрические и физические приложения определенного интеграла, Геометрия, Задачи с параметрами и методы их

решения, Защита информации в компьютерных сетях, Имитационное моделирование, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Интерактивные технологии обучения математике, Интернет-технологии, Информационная безопасность в образовании, Информационные системы, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Исторический подход в обучении математике, Комбинаторные конструкции и производящие функции, Компетентностный подход в обучении математике, Компьютерная алгебра, Компьютерная графика, Компьютерное моделирование, Компьютерные сети, Криптографические основы безопасности, Математические методы обработки экспериментальных данных, Математический анализ, Математическое моделирование, Методика обучения информатике, Методика обучения математике, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике, Методология методики обучения математике, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике, Методы решения задач по информатике, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Моделирование в системах динамической математики, Нестандартные методы решения математических задач, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Практикум по информационным технологиям, Применение систем динамической математики в образовании, Программирование, Проектирование в системах автоматизированного проектирования, Проектирование информационно-образовательной среды, Разработка интерактивного учебного контента, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Реализация прикладной направленности в обучении математике, Решение геометрических задач средствами компьютерного моделирования, Решение задач основного государственного экзамена по математике, Решение задач по криптографии, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Решение олимпиадных задач по информатике, Решение прикладных задач информатики, Свободное программное обеспечение в образовании, Свободные инструментальные системы, Системы компьютерной математики, Современный урок информатики, Современный урок математики, Теоретические основы информатики, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Технологии разработки мобильных приложений, Технологический подход в обучении математике, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология работы с теоремой в обучении математике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Технология укрупнения дидактических единиц в обучении математике, Формы и методы работы с одаренными детьми, Численные методы, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементарная математика, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Элементы математического анализа в комплексной области.

8.2 Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации		Шкала оценивания по БРС
	Экзамен (дифференцированный зачет)	Зачет	
Повышенный	5 (отлично)	зачтено	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	зачтено	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	незачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
Отлично	Студент демонстрирует знание и понимание основного содержания дисциплины. Владеет методами решения задач по функциональному анализу, основными понятиями функционального анализа. Логически верно проводит доказательство теорем. Качественно проводит сравнительный анализ понятий и алгоритмов, дает полные ответы на дополнительные вопросы. Ответ логичен и последователен, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, выводы доказательны.
Хорошо	Студент демонстрирует знание и понимание основного содержания дисциплины. Владеет методами решения задач по функциональному анализу, основными понятиями функционального анализа. Доказывает теоремы. Возможно проявление затруднений при сравнительном анализе понятий и алгоритмов, а также при ответе на дополнительные вопросы.
Удовлетворительно	Студент имеет представления о содержании материала, знает и умеет применять основные алгоритмы функционального анализа. Проявляет затруднения при доказательстве утверждений и теорем курса. Допускается несколько ошибок в содержании ответа, при этом ответ отличается недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы.
Неудовлетворительно	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.

8.3 Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Мощность множества

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Опишите понятие непрерывности и его использование в школьном курсе математики
2. Опишите понятие точки разрыва и его использование в школьном курсе математики
3. Исследуйте функцию на непрерывность

Модуль 2: Метрические пространства

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Опишите свойства функций, непрерывных в точке и их использование в школьном курсе математики
2. Опишите свойства функций, непрерывных на отрезке и их использование в школьном курсе математики
3. Проведите классификацию точек разрыва функции и продемонстрируйте при решении школьных задач

Модуль 3: Мера и Интеграл Лебега.

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Найдите неопределенный интеграл и продемонстрируйте при решении школьных задач
2. Опишите правило интегрирования по частям и продемонстрируйте его при решении школьных задач
3. Вычислите конкретные неопределенные интегралы и продемонстрируйте при решении школьных задач

Модуль 4: Ряды Фурье

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Введите понятие функционального ряда. Объясните, как определять область сходимости функционального ряда.
2. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда на множестве и приведите примеры равномерно и неравномерно сходящихся функциональных рядов.
3. Сформулируйте и докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

8.4 Вопросы промежуточной аттестации

Шестой семестр (Экзамен, ПК-1)

1. Определите понятие эквивалентности и счетности множеств. Сформулируйте и докажите теоремы об объединении конечного и счетного семейства счетных множеств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.
2. Охарактеризуйте принципы определения предела последовательности в метрических пространствах. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.
3. Определите понятие множества. Введите основные операции над множествами. Сформулируйте определение отображения множеств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.
4. Определите понятие меры Лебега. Приведите свойства меры Лебега. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.
5. Определите понятие функции, прообраза, обратной функции. Сформулируйте и охарактеризуйте понятие эквивалентности множеств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.
6. Определите понятие эквивалентности измеримых функций. Приведите свойства измеримых функций. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.
7. Определите и охарактеризуйте понятия конечных и бесконечных множеств. Сформулируйте и докажите теоремы о счетных множествах. Рассмотрите применение в

школьном курсе математики.

8. Определите понятие измеримых функций. Обобщите понятия меры. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

9. Определите и охарактеризуйте понятие несчетности множества действительных чисел. Сформулируйте и докажите теорему Кантора-Бернштейна. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

10. Определите и охарактеризуйте понятие открытого и замкнутого множества метрических пространств. Приведите примеры. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

11. Определите и охарактеризуйте понятие мощности множества. Сформулируйте аксиому выбора. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

12. Сформулируйте теорему о неподвижной точке и принцип сжимающих отображений. Приведите примеры. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

13. Определите и охарактеризуйте понятие метрического пространства. Сформулируйте и докажите неравенства Минковского и Гельдера. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

14. Докажите счетность объединения не более чем счетного набора счетных множеств. Докажите, что при добавлении к бесконечному множеству конечного или счетного множества образуется множество, эквивалентное исходному. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

15. Определите и охарактеризуйте понятие непрерывных отображений метрических пространств. Сформулируйте понятия открытых и замкнутых множеств в метрических пространствах. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

16. Выведите тождество параллелограмма и, используя его, приведите примеры нормированных пространств, для которых норма не порождается какими-либо скалярными произведениями. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

17. Определите и охарактеризуйте понятие сходимости в метрических пространствах. Сформулируйте и докажите теорему о вложенных шарах. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

18. Сформулируйте теорему об эквивалентности любых двух норм в конечномерном нормированном пространстве. Выведите следствия, касающиеся полноты конечномерных нормированных пространств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

19. Определите и охарактеризуйте понятие плотных множеств. Сформулируйте и докажите теорему Бэра. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

20. Приведите примеры открытых множеств (включая лежащие в $C[a,b]$). Докажите теорему об объединениях и пересечениях открытых множеств и (схематично) теорему о структуре открытых множеств вещественной прямой. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

21. Определите и охарактеризуйте понятие полных метрических пространств. Сформулируйте и докажите принцип сжимающих отображений. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

22. Приведите примеры замкнутых множеств. Докажите теорему, характеризующую замкнутые множества как дополнения к открытым, и теорему об объединениях и пересечениях замкнутых множеств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

23. Определите и охарактеризуйте понятие компактности в метрических пространствах. Сформулируйте и докажите теорему Арцела. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

24. Докажите эквивалентность свойств непрерывности и ограниченности линейных отображений (операторов). Приведите примеры таких операторов, включая интегральные операторы. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

25. Определите и охарактеризуйте понятие линейного пространства, приведите

примеры линейных пространств. Сформулируйте и докажите теоремы о линейной зависимости линейных пространств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

26. Определите и охарактеризуйте критерий полноты ортогонального семейства и докажите теорему о существовании ортонормированных базисов. Приведите примеры таких базисов. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

27. Определите и охарактеризуйте понятие подпространства линейного пространства. Определите и охарактеризуйте понятие фактор-пространства. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

28. Определите и охарактеризуйте понятие интеграла Лебега и выведите свойство линейности, правило интегрирования неравенств. Сформулируйте аналогичные утверждения для неотрицательных измеримых функций. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

29. Определите и охарактеризуйте понятие мощности множества. Приведите принципы сравнения мощностей. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

30. Определите и охарактеризуйте понятие эквивалентности и счетности множеств. Сформулируйте и докажите теоремы об объединении конечного и счетного семейств счетных множеств. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

31. Введите понятие множества. Определите операции над множествами, декартово произведение множеств, конечное и бесконечное множества. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

32. Опишите счетные и несчетные множества. Докажите счетность множества рациональных чисел. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

33. Опишите счетные и несчетные множества. Докажите существование несчетного множества. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

34. Опишите, в чем заключается принцип математической индукции. Приведите примеры доказательств методом математической индукции. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

35. Опишите числовые множества: натуральные, целые, действительные числа. Сравните свойства операций над числами. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

36. Сформулируйте свойство непрерывности множества действительных чисел. Проиллюстрируйте на примере. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

37. Опишите способы задания и график функции. Сформулируйте определения: монотонной функции, периодической функции, четной и нечетной функции. Приведите примеры. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

38. Дайте определение композиции функций. Приведите примеры. Введите понятие обратной функции. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

39. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение степенной функции: с натуральным, целым и рациональным показателями, опишите её свойства и график. Приведите примеры. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

40. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение показательной функции и опишите её свойства и график. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

41. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение логарифмической функции и опишите её свойства и график. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

42. Дайте определение тригонометрическим и обратным тригонометрическим функциям, опишите их свойства и график. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

43. Введите понятие предела последовательности. Дайте разные определения предела последовательности. Докажите единственность предела. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

44. Введите понятие бесконечно малой последовательности. Опишите и докажите свойства бесконечно малых последовательностей. Приведите примеры. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

45. Дайте определение ограниченной и неограниченной последовательности. Приведите

примеры. Докажите теорему об ограниченности сходящейся последовательности. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

46. Опишите и докажите связь бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

47. Докажите свойства сходящихся последовательностей (ограниченность, сохранение знака). Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

48. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела последовательности. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

49. Дайте различные определения предела функции в точке, докажите единственность предела. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

50. Опишите функции, бесконечно малые в точке и докажите их свойства. Рассмотрите применение в школьном курсе математики.

8.5 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

Индивидуальное домашнее задание

При определении уровня достижений студентов при выполнении индивидуального домашнего задания необходимо обращать особое внимание на следующее:

- задание выполнено правильно;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в

свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;

- умение работать с объектом задания демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- выполнение задания теоретически обосновано.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Золотарев, М. Л. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. Л. Золотарев, И. А. Федоров. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014. - 116 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=278960&sr=1
2. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2012. - 573 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82563&sr=1
3. Крепкогорский, В. Л. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Л. Крепкогорский. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 116 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=428727&sr=1

Дополнительная литература

1. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/67481>
2. Филимонова, Н. В. Конспект лекций по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимонова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-1821-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/64343>
3. Филимонова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимонова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1822-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65041>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://mathprofi.ru> - Высшая математика для заочников и не только.
2. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> - Вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика.
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/> - « Мир математических уравнений» — учебно-образовательная физико-математическая библиотека

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь

преподавателю об их выполнении;

– изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета/экзамена, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;
- повторите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
- проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационных справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sblcdzaccvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com(<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), (№ 108, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы, (№225, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации, электронные диски с учебными и учебно-методическими пособиями.